

Hoja de problemas 1

13/09/2022

Curvas algebraicas

1. Sea $F = X^2 + Y^2 \in k[X, Y, Z]$.
 - (a) En el caso $k = \mathbb{R}$, describir el conjunto $V(F) \subset \mathbb{RP}^2$.
 - (b) En el caso $k = \mathbb{C}$, describir el conjunto $V(F) \subset \mathbb{CP}^2$.
2. Sea $F = XZ - Y^2 \in k[X, Y, Z]$. Describir una biyección $k\mathbb{P}^1 \rightarrow V(F)$.
3. Sea $F \in k[X_0, \dots, X_n]$, y $f \in k[X_1, \dots, X_n]$.
 - (a) Si F es el homogeneizado de f , entonces $\deg f = \deg F$.
 - (b) Suponemos que f es el deshomogeneizado de F . Sea m la multiplicidad del factor X_0 en F , es decir, $X_0^m \mid F$, y $X_0^{m+1} \nmid F$. Demostrar

$$\deg F = \deg f + m.$$

4. Sea $k = \mathbb{R}$.
 - (a) Dibujar la curva afín $C_1 = V(X^3 - Y^2) \subset \mathbb{R}^2$.
 - (b) Dibujar la curva afín $C_2 = V(X^5 - Y^3) \subset \mathbb{R}^2$.