

## Hoja de problemas 13

06/12/2022

Curvas algebraicas

1. Suponemos que  $\text{char}(k) \neq 2$ , y  $C = V(F) \subset \mathbb{P}^2$ , donde

$$F(X_0, X_1, X_2) = X_0^2 + X_1^2 + X_2^2.$$

Cuál es la curva dual de  $C$ ?

2. Describir una curva afín  $C \subset \mathbb{A}^2$  que tiene parametrización formal en  $(0, 0)$

$$(p(T), q(T)) = (T^6, T^{14} + T^{15}).$$

3. Suponemos que  $\text{char}(k) = 0$ . Para cualquier  $t \in k$ , tenemos una curva afín

$$C_t = V(Y^2 + X^3 - t) \subset \mathbb{A}^2.$$

- (a) Demostrar que  $C_t$  es lisa para  $t \neq 0$ .
  - (b) Cuáles son los puntos de inflexión de  $C_t$ ?
  - (c) ¿Tiene más puntos de inflexión el completado  $\overline{C}_t \subset \mathbb{P}^2$  de  $C_t$ ?
4. Sea  $f \in k[X_1]$  de grado  $\geq 2$ , y  $\overline{C}$  el completado en  $\mathbb{P}^2$  de la curva afín  $C = V(X_2 - f(X_1)) \subset \mathbb{A}^2$ . Describir una parametrización de la curva dual de  $\overline{C}$ .