

## Hoja de problemas 9

07/11/2023

Curvas algebraicas

1. Sea  $f(X, Y) = Y + (X + Y)^2$ , y

$$p(T) = a_0 + a_1T + a_2T^2 + a_3T^3 + \cdots \in k[[T]]$$

la única función que satisface

$$p(0) = 0, \quad f(T, p(T)) = 0.$$

Calcular los terminos  $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4$ .

2. Sea  $F = ZY^2 + X^3 + Z^3$ , y  $E = V(F) \subset \mathbb{P}^2$ . Suponemos que  $k$  no tiene característica 2 o 3.

(a) Calcular el Hessiano  $H_F(X, Y, Z)$ .

(b) ¿Cuántos puntos de inflexión tiene  $E$ ?

3. Según el teorema de la función implícita existe una serie  $p(X) \in k[[X]]$  tal que  $(1 + X, p(X))$  es una parametrización de la curva afín

$$C = V(XY - 1) \subset \mathbb{A}^2.$$

¿Cuál es esta serie  $p(X)$ ?

4. Dibujar las siguientes curvas afines, y sus conos tangetes en  $(0, 0)$ :

$$(0, 0) \in V(Y^2 - X^2(X - 1)),$$

$$(0, 0) \in V(Y^5 - X^2Y^2 + Y^5),$$

$$(0, 0) \in V((Y^2 - X^3)(Y^3 - X^2)).$$